



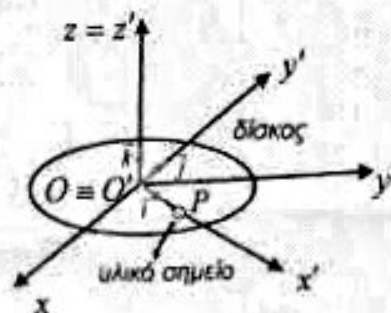
Θέματα

1. (α) Σωστό ή Λάθος, αιτιολογήστε πλήρως τις απαντήσεις σας (1.2 μονάδες).
- Η τροχιά υλικού σημείου, A , στο οποίο επιδρά κεντρική δύναμη, βρίσκεται στο επίπεδο που διέρχεται από το ελκτικό ή απωστικό κέντρο και η κεντρική δύναμη δεν έχει συνάρτηση δυναμικού.
 - Η μηχανική ενέργεια υλικού σημείου, P , πάνω στο οποίο ασκείται συνισταμένη δύναμη, \vec{F} , διατηρείται σταθερή όταν η δύναμη αυτή είναι συντηρητική.
 - Ένα υλικό σημείο ισορροπεί όταν η συνολική δύναμη που ασκείται πάνω του είναι μηδέν. Όταν η δύναμη αυτή είναι συντηρητική, η δυναμική ενέργεια στη θέση ισορροπίας είναι μηδέν.
 - Σε κλειστά συστήματα υλικών σημείων η μεταβολή της στροφορμής ως προς τον χρόνο, t , είναι σταθερή.
 - Το ολικό έργο συστήματος N υλικών σημείων που παράγεται ή καταναλώνεται από τις εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις του συστήματος είναι ίσο με την μεταβολή της ολικής κινητικής ενέργειας.
- (β) Η συνάρτηση δυναμικού ενός υλικού σημείου μάζας m είναι $V = ct/(x^2 + a^2)$, όπου c και a είναι θετικές σταθερές.
- (i) Ποιά είναι η δύναμη, \vec{F} , που ασκείται στο υλικό σημείο; Να γραφεί η διαφορική εξίσωση κίνησης του υλικού σημείου.
 (ii) Να βρεθούν και να μελετηθούν τα σημεία ισορροπίας της κίνησης του υλικού σημείου. (iii) Σχεδιάστε πρόχειρα την V ως συνάρτηση του x και το διάγραμμα φάσεων της κίνησης του υλικού σημείου (1.3 μονάδες).

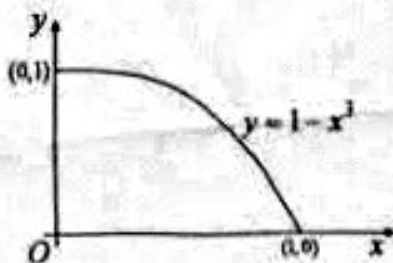
2. (α) Αν η δύναμη, \vec{F} , που ασκείται σε υλικό σημείο είναι συνάρτηση της θέσης, (i) τότε ονομάζεται συντηρητική; (ii) Η συντηρητική δύναμη είναι αστρόβιλη; (iii) Ναδειχθεί ότι το έργο συντηρητικής δύναμης, \vec{F} , εξαρτάται από το αρχικό και τελικό σημείο της τροχιάς του υλικού σημείου και όχι από το δρόμο που θα ακολουθήσει το υλικό σημείο (1.25 μονάδες).
- (β) Δίσκος κέντρου O περιστρέφεται δεξιόστροφα με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω γύρω από τον άξονα z του σταθερού συστήματος $Oxyz$. Κατά μήκος μιας ακτίνας του δίσκου κινείται υλικό σημείο, P , του οποίου η απόσταση από το κέντρο του δίσκου δίνεται από τη σχέση $a + b \cos kt$, με $a, b, k =$ σταθερές. Να υπολογιστεί η απόλυτη επιτάχυνση του υλικού σημείου συναρτήσει του χρόνου, ως προς αδρανειακό σύστημα αξόνων του οποίου η αρχή είναι το σταθερό σημείο O , σχήμα 1. Η απόλυτη επιτάχυνση δίνεται από τη σχέση: $\vec{a} = \vec{a}_O + \vec{a}_P + \vec{\omega} \times \vec{r}^2 + 2(\vec{\omega} \times \vec{u}_P) + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}^2)$, όπου \vec{a}_O είναι η απόλυτη επιτάχυνση της αρχής O' , \vec{a}_P η σχετική επιτάχυνση του P , $\vec{\omega}$ η γωνιακή ταχύτητα, $\vec{\omega}$ η γωνιακή επιτάχυνση, \vec{r}^2 το διάνυσμα θέσης ως προς το κινούμενο σύστημα και \vec{u}_P η σχετική ταχύτητα του P (1.25 μονάδες).

3. (α) Έστω σύστημα N υλικών σημείων. (i) Να γραφεί η διαφορική εξίσωση κίνησης του συστήματος. (ii) Ναδειχθεί ότι όταν το σύστημα είναι κλειστό, η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή και το κέντρο μάζας του συστήματος κινείται ευθύγραμμα και ομαλά ή είναι ακίνητο. (iii) Να γραφεί σε διανυσματική μορφή η διαφορική εξίσωση ισορροπίας συνεχούς συστήματος όταν σ' αυτό ασκούνται μαζικές δυνάμεις (ανά μονάδα όγκου), $\vec{F}_m = (F_x, F_y, F_z)$ (1.25 μονάδες).
- (β) Δίνεται η ομογενής επίπεδη επιφάνεια, σχήμα 2, με όρια $y = 0$, $x = 0$ και $y = 1 - x^3$. Να προσδιοριστούν: (i) η μάζα της ομογενούς επιφάνειας ως συνάρτηση της πυκνότητας ρ και (ii) το διάνυσμα θέσης, \vec{r} , του κέντρου μάζας της επιφάνειας (1.25 μονάδες).

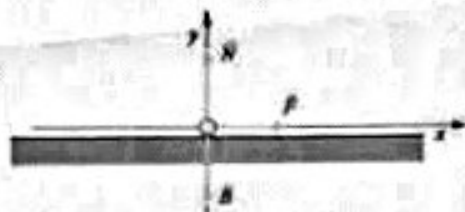
4. (α) Να προσδιορίσετε το διάνυσμα της ταχύτητας, \vec{u} , και της επιτάχυνσης, \vec{a} , σε σύστημα φυσικών συντεταγμένων. Δώστε φυσική εξήγηση για τις συνιστώσες κάθε διανύσματος (1.2 μονάδες).
- (β) Γλυκό σημείο μάζας m υπόκειται στη δύναμη $\vec{F} = kx\vec{z}_0$, $k > 0$, όπως φαίνεται στο σχήμα 3. (i) Να γραφούν οι διαφορικές εξισώσεις κίνησης του υλικού σημείου όταν υπάρχει τριβή κατά την κίνησή του (με συντελεστή τριβής $\eta = 0.1$) και όταν δεν υπάρχει τριβή κατά την κίνησή του. (ii) Να βρεθεί η τροχιά του υλικού σημείου στην περίπτωση που δεν υπάρχει τριβή κατά την κίνηση του υλικού σημείου. Αρχικά το υλικό σημείο βρίσκεται στη θέση $O(1, 0)$ και δεν έχει αρχική ταχύτητα. Το g είναι γνωστό (1.3 μονάδες).



ΣΧΗΜΑ 1



ΣΧΗΜΑ 2



ΣΧΗΜΑ 3